

ピタゴラス学派は $\sqrt{2}$ が無理数であることを背理法によって次のように示した。有理数は $\frac{a}{b}$ と表せる数で a, b は共に約数を持たない整数である。このとき $\sqrt{2}$ が無理数であるということは、 2 が $(\frac{a}{b})^2$ の形で表せないということであり

$$a^2 = 2b^2$$

が約数を持たない整数 a, b によって表せないということと同じである。仮に上式が成り立つとしよう。そのとき $a^2 = 2b^2$ なのだから a^2 は偶数のため $a = 2c$ であり、当然 c も整数である。

$$a^2 = (2c)^2 = 2b^2$$

すなわち

$$b^2 = 2c^2$$

このとき b^2 も偶数となるから、 a, b は共に偶数となり公約数 2 を持つことになる。ここで矛盾が生じたので $\sqrt{2}$ は無理数である。□

M		
	ϕ	
		W